

ÁLGEBRA: ECUACIONES

PRESENTACIÓN

La Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, del Ministerio de Educación, encargada de velar y ejecutar los procesos de evaluación e investigación, para asegurar la calidad educativa, pone en sus manos esta publicación, que espera sea de utilidad a los docentes del área curricular de Matemáticas, del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica, como un instrumento para reflexionar en torno a los resultados de las evaluaciones aplicadas en el año 2009

OBJETIVOS

- Analizar desde los procesos cognitivos los errores más comunes en la resolución de los ítems de las pruebas de Matemáticas, aplicadas a los estudiantes de tercer grado del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica.
- Sugerir a los docentes actividades de enseñanza-aprendizaje que coadyuven al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes.

¿Cómo usar este documento?

Para conseguir el objetivo de aprender del error, el presente documento se ha estructurado en tres apartados que se espera sean útiles para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica.

En primer lugar se ofrece una cápsula informativa, acerca de la teoría que sustenta el aprendizaje de las ecuaciones. A continuación, se presenta un ítem clonado de la prueba de matemáticas que resuelven los estudiantes de tercero básico en las evaluaciones nacionales que aplica la DIGEDUCA, con la finalidad de que el docente ubique el contenido dentro de lo que establece el Curriculum Nacional Base –CNB–, la destreza que apoya el desarrollo de la competencia matemática y el porcentaje de ítems que fueron resueltos correctamente a nivel nacional.

En el apartado Análisis del error, se explican las posibles causas que llevaron a los estudiantes a seleccionar una opción incorrecta. Aquí radica la razón del título de esta publicación, se espera que los docentes utilicen este análisis para identificar las posibles deficiencias y promover estrategias para fortalecer los aprendizajes. Como complemento del análisis del error, se brindan algunas sugerencias para mejorar los aprendizajes, que desde luego no quedan agotadas en este bifoliar. Finalmente se refiere una lista de referencias bibliográficas que pueden ser consultadas para completar la información aquí incluida.

La DIGEDUCA espera con esta publicación, hacer un aporte que favorezca la calidad educativa de la enseñanza en nuestro país





ÁLGEBRA: ECUACIONES

Para definir una ecuación es necesario iniciar estableciendo qué es una **igualdad**; esta es una expresión comparada con otra a través de un signo igual (=). Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones que cumple con el requisito indispensable de ser **verdadera**. Las ecuaciones suelen utilizarse en el álgebra para encontrar un valor desconocido llamada incógnita. Considere la ecuación lineal $5 + x = 6 + 1$, aparece un valor desconocido la variable “x”, este valor tiene que ser 2 para que la igualdad sea verdadera. Por lo que la **solución** de la ecuación lineal es $x = 2$. La ecuación lineal $3x + 3 = 2x + 8$ se resuelve elaborando una lista de ecuaciones equivalentes cada una de las mismas más simple que la precedente, los pasos para resolver la ecuación anterior se puede visualizar a continuación:

$$3x + (3 - 3) - 2x = (2x - 2x) + (8 - 3)$$

Se aplican los inversos aditivos o multiplicativos, según sea el caso.

$$3x - 2x = 8 - 3$$

$$x = 5$$

Se reducen los términos semejantes.

$$x = 5$$

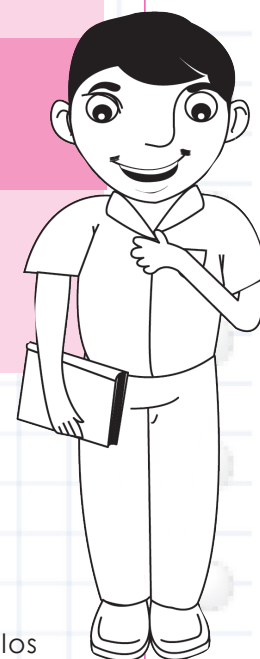
Se despeja la variable y la solución de la ecuación es 5.

$$3(5) + 3 = 2(5) + 8$$

$$15 + 3 = 10 + 8$$

$$18 = 18$$

La igualdad es verdadera lo que significa que 5 es solución de la ecuación.



Análisis del ítem

Al incluir ítems de ecuaciones se espera que el estudiante evidencie que aplica los cálculos necesarios para resolverlas.

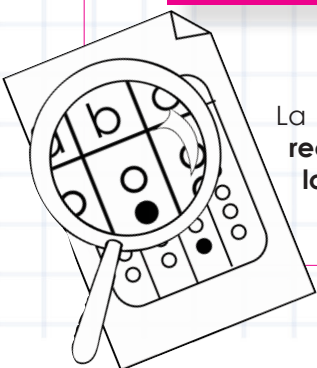
En la ecuación $x = 86.5 - 0.004t$
¿Cuál es el valor de t si $x = 68.5$?

- a. 38750
- b. 86.496/68.5
- c. 7200
- d. 4500

Descripción del ítem

Competencia del CNB	2
Destreza evaluada	Cálculos
Demanda cognitiva	Análisis
Opción correcta	d
Respuestas correctas	9.18%

La demanda cognitiva de este ítem, ubicada en Análisis, requiere del estudiante **recordar los procedimientos para encontrar la incógnita en una ecuación y aplicar los cálculos correspondientes.**



Previo a la enseñanza de las ecuaciones debe reforzar los siguientes conocimientos básicos:

1. Propiedades de los números reales.
2. Operaciones de suma, resta, multiplicación y división de racionales.
3. Operaciones de suma, resta, multiplicación y división con polinomios.
4. Evaluación de una expresión algebraica.

Análisis del error

El ítem consiste en una ecuación con dos incógnitas, se pregunta el valor de una de ellas tomando en cuenta un valor dado para la segunda. El estudiante sustituye $x = 68.5$ en la ecuación original y obtiene

$$68.5 = 86.5 - 0.004t \text{ y resuelve que } t = \frac{68.5 - 86.5}{-0.004} = \frac{-18}{-0.004}$$

Para encontrar la solución expresa el cociente: $t = \frac{-18}{-4 \times 10^{-3}} = 4.5 \times 10^3 = 4500$

Los posibles errores cometidos por los estudiantes son los siguientes:
Si el estudiante eligió la opción...

- a. comprende que debe sustituir 68.5 en x , y realiza la operación $86.5 + 68.5 = 155$, pero no aplica correctamente la ley de inversos aditivos, luego efectúa la operación $155 / 0.004 = 38\,750$.
- b. no aplica correctamente la jerarquía de operaciones al realizar la operación $86.5 - 0.004 = 86.496$ y expresa la ecuación $x = 86.496t$ pero esta igualdad no es equivalente a la ecuación original. Despeja t empleando la ley del inverso multiplicativo y obtiene el cociente indicado $86.496 / 68.5$ como solución.
- c. sustituye 68.5 en x y aplica la propiedad de los inversos aditivos expresando la ecuación equivalente: $-18 = -0.004t$, pero opera incorrectamente el cociente $-18 / -0.004$ resolviendo $(18 \times 4) \cdot (100)$ y obtiene como resultado 7200.

En conclusión, los errores evidencian que los estudiantes no resuelven ecuaciones lineales por desconocimiento de la ley del inverso aditivo y multiplicativo, cálculos incorrectos con operaciones que involucran el sistema de numeración decimal y aplicación de la notación científica.

En el CNB la **competencia 2** expresa que el estudiante "Construye modelos matemáticos en la representación y análisis de relaciones cuantitativas". Para ello, se propone como **indicador de logro** la utilización de "diferentes métodos en la resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones". Los contenidos declarativos y procedimentales que permitirán desarrollar la competencia prevista son las Ecuaciones de segundo grado (cuadráticas), Intervalo abierto y el intervalo cerrado, Sistemas de ecuaciones lineales de dos y tres variables, Solución de sistemas de ecuaciones por los métodos: gráfico, sustitución, igualación, eliminación y combinación lineal. Aplicación de sistemas de ecuaciones en la solución de situaciones reales.

Curriculum Nacional Base. Nivel de Educación Media, Ciclo Básico, Tercer Grado. (2010), p. 50





Sugerencias de estrategias de aprendizaje

- Se sugiere que se establezca un proceso de solución con los siguientes pasos:
 - Identificar la variable que se va a trabajar.
 - Aplicar las propiedades de inversos aditivos para dejar la variable en un solo miembro de la igualdad.
 - Reducir los términos semejantes.
 - Aplicar las propiedades de inversos multiplicativos con el fin de dejar sola la variable (despejar la variable).
 - Realizar la comprobación

- Realizar ecuaciones en forma gradual de dificultad, que involucren fracciones, números decimales, notación científica, operaciones indicadas de suma, resta, multiplicación y división de polinomios sencillos, proporcionar por lo menos 2 o 3 ejercicios de cada nivel de dificultad. Emplear diferentes variables, por ejemplo m , t , y , z ; para que el estudiante pueda aplicar el procedimiento indistintamente de la variable y evite memorizar procedimientos. Los siguientes ecuaciones son ejemplos que puede utilizar de guía:

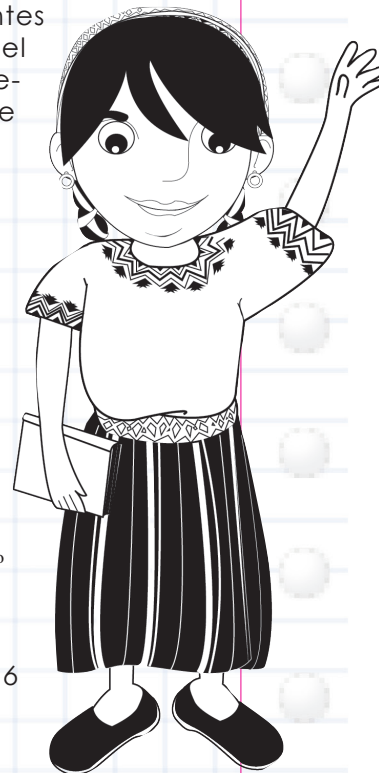
$$\frac{3}{4}(2x+4) = x+19, \quad 4(t+10) = 6(2-t) - 6t, \quad 2(2h-3) = 6+h$$

- Seleccione ecuaciones que resuelvan un problema en particular. Elija como mínimo 10 planteamientos y la ecuación respectiva que resuelve el problema. Existe una variedad de temas que puede abordar, como por ejemplo la relación entre las escalas de temperatura $^{\circ}\text{C}$ y $^{\circ}\text{F}$ se establece por la ecuación: $^{\circ}\text{C} = 5/9 (^{\circ}\text{F} - 32)$, si la temperatura corporal del ser humano en escala Celcius es 37°C , ¿cuál es la temperatura corporal en $^{\circ}\text{F}$? Recuerde que lo importante es resolver la ecuación formulada y que el estudiante vincule sus conocimientos con otras ciencias. Al resolver sustituye 37°C en la ecuación planteada y obtiene:

$$37 = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32) \text{ multiplicando ambos lados por } \frac{9}{5} \text{ y se obtiene: } \frac{9}{5} (37) = ^{\circ}\text{F}$$

$$\text{Suma 32 en ambos lados de la igualdad: } \frac{9}{5}(37) + 32 = ^{\circ}\text{F} \quad ^{\circ}\text{F} = 66.6 + 32 = 98.6$$

Conclusión: la temperatura corporal del ser humano en $^{\circ}\text{F}$ es: 98.6



Documentos consultados

Aponte, G. (1998). *Fundamento de Matemáticas Básicas*. Primera Edición. Serie AWL. Addison Wesley Longman. México, 487p.
 Swokowsky, E.W y Cole, J.A. (1998). *Algebra y Trigonometría*. 9ed. International Thomson Editores. México. Pag. 49 – 119
 Rodríguez, J. Caraballo, A. Cruz, T. Hernández O. (1997). *Razonamiento Matemático. Fundamentos y aplicaciones*. Thomson Editores SA. México. Pag. 101 – 127

Astorga, A. y Rodríguez, J. (1984) Capítulo 3: El conjunto de los números reales. Instituto tecnológico de Costa Rica. Escuela de Matemática. Revista digital Matemática, educación e internet. Costa Rica. Recuperado el 8 de junio de 2012 <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/MATEGENERAL/I2-ecuaciones/pdf/Ecuaciones.pdf>
 González, J. (s. f) Ecuaciones de primer y segundo grado. Documento recuperado el 8 de junio de 2012 <http://thales.cica.es/files/glinex/practicaglinex05/matematicas/ecuaciones/practica.pdf>



DIGEDUCA giz
 Ministerio de Educación
 Guatemala, C.A.

Ministerio de Educación de Guatemala
 Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa.

©DIGEDUCA 2012 todos los derechos reservados

Se permite la reproducción de este documento total o parcial, siempre que se cite la fuente y no se alteren los contenidos y que la reproducción sea con fines didácticos y no con fines de lucro.

Para efectos de auditoría, este material es desechable.

Disponible en red: www.mineduc.gob.gt/digeduca

Impreso en Guatemala

divulgación_digeduca@mineduc.gob.gt

Guatemala, 2012

La edición, revisión y diagramación de esta publicación ha sido posible gracias al apoyo técnico y financiero del Programa de Apoyo a la Calidad Educativa, PACE/giz. Como parte de la Cooperación Alemana para el Desarrollo, PACE ejecuta fondos provenientes del Ministerio de Cooperación Económica y Desarrollo (BMZ). Las opiniones expresadas no reflejan necesariamente los puntos de vista de GIZ.

Editor: Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit – GIZ GmbH 65760 Eschborn.
www.pace.org.gt